

رہیافت دوزبانی تارسکی

□ علی اکبر احمدی

اشاره

در مقاله حاضر ابتدا چگونگی پیدایش مسئله صدق در لهستان معاصر تارسکی مورد بررسی قرار گرفته است و سپس مراحل ورود تارسکی به عرصه معاشناسی توضیح داده شده است. به علاوه ضمن تاکید بر روش خاص تارسکی در معاشناسی و حل مسائل آن، تعریف مسئله صدق تارسکی و پاسخ ویژه او ارائه می گردد و در نهایت خاطر نشان می شود که رهیافت دوزبانی تارسکی کلید درک پاسخ او به مسئله تعریف صدق است.

۱. مقدمه

آغازگر بحث صدق در تفکر معاصر لهستان کازیمیرز تواردوسکی است که خود با هوسرل و ماینونگ از شاگردان فرانٹس برنتانو فیلسوف برجسته اتریشی معاصر محسوب می شود^(۱) و از نظریه ارسطویی (کلاسیک) صدق که میراث برنتانو بود، دفاع می کرد. بحث درباب سرشت صدق به تدریج در میان شاگردان تواردوسکی درگرفت و بزرگانی چون کوتارینسکی، لزنوسکی و لوکاسیه ویچ در آن شرکت کردند. کوتارینسکی صدق را مطابقت و همخوانی با واقعیت دانست و لزنوسکی احتمالاً برای نخستین بار در اروپا مطالعه منظمی درباب معاشناسی آغاز کرد.^(۲) و درباب پارادوکس راسل درباب مجموعه ها و پارادوکس دروغگو وقت فراوانی صرف کرد.

لوکاسیه‌ویچ نیز در طرد هرگونه تناقض از مبانی ریاضیات و منطق با دیگر فیلسوفان این حوزه (که به فیلسوفان مکتب لوف - ورشو معروفند) همداستان شد. با این‌همه نباید پیشرفت فکری آنان را مستقل از تاثیرگذاری ریاضی‌دان و معرفت‌شناس برجسته معاصر، دیوید هیلبرت، مورد بررسی قرار داد. دل‌مشغولی و برنامه پژوهشی هیلبرت نیز حل پارادوکس‌ها از طریق اثبات سازگاری دستگاه‌های ریاضیات صوری شده بود اما او تعلیم مهمتری می‌داد. او می‌آموخت که مفاهیمی از قبیل سازگاری دستگاه‌های صوری، مفاهیمی هستند که به فراریاضیات تعلق دارند و تحلیل آن‌ها نیز لاجرم در فرازبان ریاضی انجام می‌گیرد. این اندیشه نتیجه می‌دهد که پژوهش درباب ریاضیات مستلزم به‌کارگیری دو زبان است، زبانی برای تحلیل اشیا و مقولات ریاضی (زبان موضوعی) و زبانی برای تحلیل خود ریاضیات (فرازبان). مطلب مهم و قابل تأکید همین است که در گروتینگن و ورشو ۱۹۳۰ تحلیل مفاهیم فراریاضی به کمک رهیافت دوزبانی روش رایجی بود و کسانی چون لوکاسیه‌ویچ و لزیونسکی در این مسیر گام می‌زدند. در واقع در آن دوره اهتمام متفکران لهستانی به کاربرد رهیافت دوزبانی در حل مسائل فراریاضی بدان حد رسیده بود که با عنوان «روش لهستانی» از آن یاد می‌کردند.^(۳)

۲. مراحل ورود تارسکی به معناشناسی

به‌طور کلی می‌توان از منظر ورود به معناشناسی، تفکر تارسکی را به دو مرحله متفاوت تقسیم کرد: مرحله اول به قبل از ۱۹۳۱ یا ۱۹۳۵ و مرحله دوم به بعد از آن مربوط می‌شود. در مرحله اول تارسکی تحت تاثیر پژوهش‌های هیلبرت قرار داشت. همچون او به مفاهیم فراریاضی می‌پرداخت و همچون او در تحلیل مفاهیم مزبور از رهیافت فرازبانی سود می‌جست. اما نکته مهم این است که تارسکی در آن دوره مفاهیم فراریاضی (و حتی معناشناختی) را به‌عنوان مفاهیمی نحوی (syntactic) تلقی می‌کرد.^(۴) او به‌محض مواجهه با مفهومی فراریاضی به‌جای آنکه آن را به زبان موضوعی ارجاع دهد به فرازبان می‌برد و مورد بررسی و تحلیل قرار می‌داد. (مثلاً می‌توان به تحلیل او از مفاهیم تمامیت، جزمیت و شاخه‌پذیری فرانکل در این‌خصوص اشاره کرد).^(۵)

اما در مرحله دوم، تارسکی از اعتقاد به تحلیل همه ابعاد زبان یا تحلیل همه مفاهیم فرازبانی در نحو منطقی سرباز زد و با انتخاب رویکرد معناشناختی از نحوگرایی افراطی دست کشید. او معناشناسی (semantic) علمی را به تدریج بنیان نهاد و آن را بررسی روابط اشیا و زبان‌شناختی و مدلول‌های آنها لحاظ کرد و از آن‌جا که این‌گونه روابط با مفاهیمی نظیر نام، دلالت، صدق‌پذیری،

تعریف و ترادف، معنا، اشاره کردن بیان می‌شوند، معناشناسی به دانش تبیین‌کننده مفاهیم مذکور تعریف می‌شود. (۶)

به عبارت دیگر تارسکی در مرحله دوم تحلیل مفاهیمی همپراز مفاهیم فراریاضی (مفاهیم معناشناسانه) را همچنان در دستور کار داشت و همچنان رهیافت فرازبانی هیلبرتی را در تحلیل آنها بکار می‌برد و آنها را نه در زبان موضوعی بلکه در فرازبان مورد بررسی قرار می‌داد. لکن، مفاهیم مورد نظر را مفاهیمی سمانتیکی و معناشناختی تلقی می‌کرد. یعنی تارسکی رهیافت دوزبانی را از حیثه نحو منطقی به قلمرو معناشناختی بسط داد. و چنانکه خواهیم گفت تعریف «صدق» تنها گام نخستین او در این برنامه پژوهشی بود. (۷) او اندکی بعد اهمیت رهیافت دوزبانی را در مشخص ساختن معانی واژه‌های دیگری نظیر شاخه‌پذیری، مقولاتی بودن و نتیجه منطقی نشان داد.

البته در روزگار او تمام تلاش‌ها برای تعریف دقیق مفاهیم معناشناختی با شکست مواجه شده و هرچا و در هر پژوهشی که این مفاهیم ظاهر می‌شدند؛ درعین حال که تحقیق واجد پیش‌فرض‌های کاملاً مجاز و به‌ظاهر بدیهی بود، غالباً تناقض‌ها و تعارض‌هایی رخ می‌نمود (مانند تناقض گرلینگ - نلسون و تناقض ریچارد) و این مساله به‌ظاهر لاینحل می‌نمود که چگونه می‌توان تبیینی از مفاهیم مزبور ارایه داد که منجر به تناقض و تعارض نگردد. این مساله در تعریف صدق با هیبت و عظمت بیش‌تری خودنمایی می‌کرد. قصه آزاردهنده تعریف صدق و جمله صادق آن بود که منطق‌دانان و فیلسوفان هرگاه درصدد تعریف آن برمی‌آمدند و با تکیه بر آموزه ارسطویی «جمله صادق را جمله مطابق با واقع» لحاظ می‌کردند، ناگهان خود را با تناقض دروغگو مواجه می‌دیدند. (۸)

۳. روش خاص تارسکی در معناشناسی

به‌هرحال تارسکی با تنقیح مفهومی و تعریف «جمله صادق» و رفع مشکلات آن درگیر شد اما همواره باید به یاد داشت که او در این پژوهش تنها قابلیت «روش خاصی» را مورد آزمون قرار داده بود و بر آن بود تا در صورت موفقیت روش مزبور آن را در تعریف دیگر مفاهیم معناشناسانه به‌کار گیرد. چنانکه توضیح خواهیم داد ما حاصل صدق پژوهی تارسکی آن بود که تعریف به‌لحاظ صوری صحیح و به‌لحاظ مادی و محتوایی کافی جمله صادق در زبان موضوعی و محاوره‌یی (colloquial language) ناممکن است و نتیجه چنان تعریفی رویاروشدن با تنازع دروغگو است و تنها اگر زبان موضوعی صوری شده‌یی را مورد نظر قرار دهیم در آن صورت می‌توان در فرازبان آن به چنان تعریفی دست یازید.

تفکیک میان زبانی که برای آن یک مفهوم معناشناختی تعریف می‌گردد (زبان موضوعی) از

زبانی که در آن مفهوم مزبور تعریف می‌شود (فرازبان)، صوری کردن زبان موضوعی، استفاده از شیوه بازگشتی و ابتدای تعاریف بر مفهوم کلیدی و پایه‌ای صدق‌پذیری و... کمابیش، روش خاص تارسکی را در تعریف مفاهیم معناشناختی آشکار می‌سازند.

در این مختصر نمی‌توان شرح داد که شکل‌گیری دانش معناشناسی و خصوصاً تحلیل معناشناختی مفهوم «صدق» تنها با مبارزه‌ی جدی علیه رهیافت تک‌زبانی راسل و آرای زبان‌شناختی ویتگنشتاین و معتقدات معرفت‌شناختی کسانی چون کوفمان و رایشنباخ و همراه کردن متفکران بزرگی چون کارناپ فراهم آمده است.

۴. مسأله تعریف صدق

تارسکی می‌نویسد که مسأله اساسی او عبارت است از تعریفی قانع‌کننده از صدق. یعنی تعریفی که از لحاظ صوری صحیح و از لحاظ مادی و محتوایی کافی باشد.^(۹) البته چنان‌که برخی متذکر شده‌اند او در عمل بیش‌تر دست‌یابی تعریفی از صدق را که به لحاظ مادی کافی باشد مورد نظر داشت. بر این مطلب نیز باید تاکید نمود که تارسکی از جمله صادق خبر می‌گیرد و از صدق امور دیگری نظیر قضاوت باورها و هیجان‌ها و... یا از زیبایی حقیقی و غیره پرسش نمی‌کرد. و تنها به صدق جملات خبری می‌پرداخت.^(۱۰) شکی نیست که در این خصوص او تعریف ارسطو از صادق بودن جملات خبری را می‌پذیرفت. حسب رأی ارسطو جمله صادق جمله‌ی است که بگوید: «حالت امور چنین و چنان است و حالت امور چنین و چنان باشد»^(۱۱) (نظریه مطابقی صدق) اما تارسکی معتقد بود که محتوای سخن ارسطو بیان دقیقی ندارد و شکل و صورت آن ناکافی است.^(۱۲) بنابراین ضروری است تا صورت‌بندی جدیدی از آن به‌عمل آید و مسئله تارسکی به‌صورت جزئی‌تر عبارت است از همین صورت‌بندی دقیق نظریه مطابقی و ارسطویی صدق جمله.^(۱۳) او خاطر نشان می‌سازد که این هدف را می‌توان و باید در دو سطح تعقیب کرد: در مورد جمله خاصی که صادق است و در مورد همه جملات صادق. دست‌یابی به هدف نخست چندان مشکل نیست و تنها صورت‌بندی کلی صدق است که با مشکلات به‌ظاهر لاینحل روبه‌رو است. اما یک جمله خاص مثل «برف سفید است» براساس رأی ارسطو، تحت چه شرایطی صادق خواهد بود؟ پاسخ آن است که اگر در عالم خارج واقعاً برف سفید باشد. به عبارت دیگر:

«برف سفید است» اگر و فقط اگر برف سفید باشد.

این بیان شرط لازم و کافی صادق بودن جمله مزبور را دارا است و به‌صورت یک هم‌ارزی (دوشرطی) منطقی نمایش داده شده است و می‌توان از آن به‌عنوان هم‌ارزی صدق (یا صورت‌بندی

منطقی T برای جمله خاص) یاد کرد. (مختصراً صورت‌بندی T یا هم‌ارزی صدق هم خواننده می‌شود).

هم‌ارزی فوق دو طرف راست و چپ دارد. در طرف راست آن عبارت «برف سفید است»، داخل علامت نقل قول قرار داده شده و در سمت چپ هم‌ارزی، همان عبارت بدون علامت نقل قول آمده است. عبارت داخل علامت نقل قول نام جمله است و عبارت بدون علامت نقل قول خود جمله. اما چرا در سمت راست هم‌ارزی به جای خود جمله، به نام آن نیاز داریم؟

پاسخ آن است که از دیدگاه دستور زبان، بیانی به شکل «X صادق است»، فقط هنگامی یک جمله معنی‌دار است که X یک نام باشد. به عبارت دیگر موضوع جمله تنها می‌تواند یک اسم یا عبارتی با کارکرد اسمی باشد. ثانیاً بنابر قراردادهای اساسی در مورد استفاده از زبان، در هر بیانی پیرامون یک شیء باید از نام آن شیء بهره‌گرفت نه خود آن. پس اگر بخواهیم چیزی درباره جمله‌ای بگوئیم، باید از نام آن جمله استفاده کنیم نه از خود آن.

به‌رحال می‌توان نتیجه گرفت که براساس نظریه مطابقی صدق، شرط لازم و کافی بودن یک جمله خاص بنام P را باید به شکل کلی زیر بیان کرد:

$$(T) \text{ «}P\text{» صادق است، اگر و فقط اگر } P$$

اما صورت‌بندی T تنها بیانگر یک تعریف جزئی از صدق است. یعنی گذشته از آن‌که صورت‌بندی مزبور یک جمله نبوده و تنها طرح و صورت و فرم یک جمله است، هیچ نمونه و مصداقی از آن را نیز نمی‌توان بیش از یک «تعریف جزئی از صدق» دانست. این طرح را فقط در پاسخ به این پرسش که فلان «جمله خاص» تحت چه شرایطی صادق است می‌توان مورد استفاده قرار داد. بنابراین جای طرح این پرسش اساسی باقی است که اگر بخواهیم تعریفی مطابقی و ارسطویی از اصطلاح «جمله صادق» ارائه دهیم که عام، کلی و فراگیر بوده و درباب همه جملات صادق یک زبان (و نه فقط یک جمله خاص آن) به کار رود، تعریف مزبور چگونه بیان خواهد شد.

تارسکی تاکید می‌کند که مسأله اساسی او در پژوهش‌هایش درباب صدق، همین مسأله است: «صورت‌بندی دقیق تحلیل ارسطویی صدق درباب هر جمله صادق».

به‌علاوه تارسکی دست‌یابی به صورت‌بندی کلی صدق جملات را دست‌یابی به چنان تعریفی از صدق لحاظ می‌کند که به لحاظ محتوا و مضمون (ماده) کفایت دارد. (۱۴)

۵. پاسخ تارسکی به مسئله صدق

تارسکی قبل از بیان پاسخ خود متذکر می‌شود که «جمله‌ها در زبان‌ها قرار دارند» یعنی هرگاه از

جمله سخن می‌گوئیم و فی‌المثل می‌پرسیم که معنای یک یا هر جمله صادق چیست؟ لاجرم به جمله یا جملات زبانی خاصی توجه داریم. او می‌نویسد:

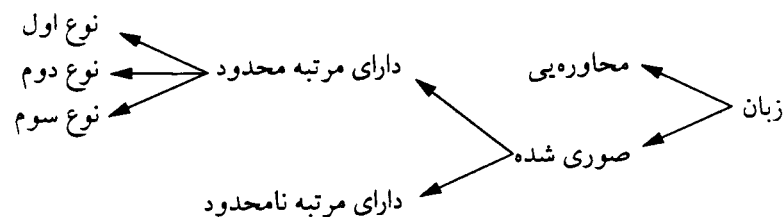
«همواره باید مفهوم صدق را، مانند مفهوم جمله، به یک زبان خاص مربوط بدانیم، زیرا واضح است که اگر جمله‌ای در یک زبان صادق باشد، می‌تواند در زبان دیگری دروغ یا بی‌معنا باشد» (۱۵)

و در جای دیگر می‌نویسد:

«مفهوم صدق از لحاظ محتوا و دلالت، اساساً به زبانی که در موردش به کار می‌رود، وابسته است. فقط هنگامی می‌توانیم از صدق و کذب یک جمله سخن بگوئیم که آنرا بخشی از یک زبان خاص در نظر بگیریم.» (۱۶)

با لحاظ آنچه نقل شد قید دیگری به مسأله اساسی تارسکی افزوده می‌شود. گفتیم که او در صدد است تا صورت‌بندی دقیقی از تحلیل ارسطویی صدق درباب هر جمله صادقی ارائه دهد. اما اینک باید متذکر شد که او می‌خواهد هر جمله صادق «فلان زبان معین» را مورد بررسی قرار دهد و مشمول صورت‌بندی دقیقی از تفسیر ارسطویی و مطابقی صدق گرداند.

از این رو تارسکی با بیان این مطلب که تعریف صدق جمله‌ها همواره معطوف و متکی به زبانی است که جمله‌ها در آن قرار دارند (تعریف نسبی صدق جمله)، لاجرم باید مسأله اساسی خود را در زبان‌های مختلف مطرح کند. یعنی مثلاً پرسد که آیا در زبان الف می‌توان تعریف ارسطویی و معناشناختی صدق هر جمله را دقیقاً مشخص کرد؟ در زبان ب چطور؟ و همین طور الی آخر. در این جا است که خود را با این مسأله مواجه می‌بیند که: اساساً چند نوع زبان داریم؟ و قرار است در چند زبان مسأله تعریف صدق را مورد بررسی قرار دهیم؟ در آثار تارسکی به‌طور کلی دوگونه طبقه‌بندی زبان به چشم می‌خورد. در طبقه‌بندی اول تارسکی ابتدا زبان را به محاوره‌یی و صوری تقسیم می‌کند و سپس زبان‌های صوری محدود را از نامحدود تفکیک کرده و در ارزیابی‌های صوری دارای مرتبه محدود نیز سه نوع اول، دوم و سوم را از هم متمایز می‌کند. اما در طبقه‌بندی دوم ابتدا زبان‌های محدود را از نامحدود تفکیک کرده و سپس به بیان انواع زبان‌های نامحدود می‌پردازد. ما در این مقاله به بیان و شرح طبقه‌بندی اول زبان‌ها خواهیم پرداخت که مفصل‌تر و کامل‌تر از طبقه‌بندی دوم است و در نمودار زیر نشان داده شده است:



۵ - ۱. تعریف زبان محاوره‌یی و زبان صوری شده

به‌طور کلی تارسکی دو ویژگی بنیادی زبان محاوره‌یی را در قیاس با زبان صوری ذکر می‌کند و براساس آنها طرح تحقیقی خود را تعقیب می‌کند. او می‌نویسد:

[اولاً]... زبان محاوره‌یی، محدود، بسته یا کران‌دار نیست. معلوم نیست که چه لغاتی ممکن است به این زبان اضافه شود و چه لغاتی به‌طور بالقوه به آن تعلق دارد. نمی‌توانیم از لحاظ ساختاری، آن عبارتهایی را که جمله نامیده می‌شوند، مشخص کنیم، چه‌رسد به آن که، جمله صادق را معین سازیم. (۱۷)

به‌عبارت دیگر زبان طبیعی دارای ساختار معین و مشخص نیست: فهرست کامل لغات (علامت‌ها) و جملات آن در دسترس قرار ندارد چراکه قاعده‌یی وجود ندارد که براساس آن معین کنیم دقیقاً چه شکلی از عبارات می‌تواند به‌عنوان جمله تلقی گردد. یک عبارت خاص ممکن است در زمینه معین به‌عنوان یک جمله عمل کند، درحالی‌که عبارتی با همان شکل در زمینه دیگری چنان عمل نکند. به‌علاوه مجموعه جملات زبان محاوره‌یی حداقل به‌طور بالقوه نامتناهی است. اما گذشته از فقدان ساختار مشخص، ویژگی دوم زبان محاوره‌یی آن است که دارای عمومیت است. یعنی این زبان چنان لحاظ می‌شود که برای بیان هرآنچه بیان‌شدنی است، تسهیلات کافی در اختیار دارد: نه تنها واجد لغات و مفردات و جملات است، بلکه اسامی این‌گونه امور نیز در آن یافت می‌شود و حتی مفاهیم معناشناختی نظیر صدق، نام و معرف که از رابطه میان اشیای زبان‌شناختی و مدلولات آن‌ها حکایت می‌کنند نیز در آن گنجانده شده‌اند.

در نقطه مقابل زبان‌های محاوره‌ای، زبان‌های صوری شده قرار دارند. این زبان‌ها از یک سو واجد ساختار صوری مشخص هستند و معنای هر عبارتی در آن‌ها به‌طور یگانه، توسط شکل آن معین می‌شود. یعنی منحصراً با نگاه به یک عبارت باید بتوان تصمیم گرفت که عبارت مذکور جمله است یا نه. (۱۸) به‌علاوه زبان‌های صوری شده واجد صفت عمومیت نیستند.

۵ - ۲. انواع زبان‌های صوری شده

چنان‌که گفتیم تارسکی زبان‌های صوری شده را بر دو نوع می‌داند: زبان‌های صوری شده دارای رتبه محدود و زبان‌های صوری شده دارای رتبه نامحدود. او سپس زبان‌های دارای رتبه محدود را بر سه نوع دانسته که در مجموع با لحاظ یک نوع زبان دارای رتبه نامحدود، چهار نوع زبان به‌قرار زیر خواهیم داشت:

۱. زبان‌هایی که همه متغیرهایشان به یک «مقوله معناشناختی» (semantical category) تعلق

دهن

ریاضت دوزبانی تارسکی

دارند (نمونه آن‌ها زبان حساب مجموعه‌هاست).

۲. زبان‌هایی که تعداد مقوله‌های دربردارنده متغیرهایشان بیش از یک اما محدود است (نمونه آنها زبان منطق نسب دوحدی است).

۳. زبان‌هایی که متغیرهایشان به تعداد نامحدودی از مقوله‌های متفاوت تعلق دارند. اما رتبه این متغیرها از عددی از پیش تعیین شده N افزون نمی‌شود. (نمونه اینگونه زبان‌ها زبان منطق نسب چندحدی است).

این سه‌گونه زبان دارای رتبه محدود هستند. اما رتبه زبان‌های نوع چهارم نامحدود است و در تعریف آنها می‌گوییم:

۴. زبان‌هایی که دربردارنده متغیرهایی با رتبه بالای دلخواه هستند. (که نمونه آنها نظریه عمومی مجموعه‌هاست).^(۱۹)

۵ - ۳. مقوله معناشناختی

ملاحظه می‌شود که برای فهم دسته‌بندی فوق از زبان‌ها لازم است با مفهوم کلیدی «مقوله معناشناختی» و نیز «محدود بودن یا نبودن مقوله‌های دربردارنده متغیرها» آشنا شویم.

تارسکی مفهوم «مقوله معناشناختی» را از لژیوسکی و به واسطه او از هوسرل وام گرفته است.^(۲۰) او از ارائه یک تعریف ساختاری دقیق از «مقوله معناشناختی» بنابر دلایلی صرف نظر کرده و تنها به صورت‌بندی تقریبی آن بسنده می‌کند. تارسکی آن را مفهوم و قالبی برای وحدت‌بخشیدن عبارات و هرگونه عناصر زبان‌شناختی نظیر نام‌ها، توابع جمله‌یی و متغیرها لحاظ می‌کند. از این‌رو برای واحد قلمداد کردن عبارات به بیان شرائطی می‌پردازد که توجیه‌کننده چنان اتحادی باشند. تارسکی می‌نویسد:

دو عبارت به یک مقوله معناشناختی تعلق دارند اگر: اولاً یک تابع جمله‌یی وجود داشته باشد که شامل یکی از این عبارات‌ها باشد. ثانیاً هر تابع جمله‌یی شامل یکی از آنها، با تعویض آن دو با همدیگر، باز هم یک تابع جمله‌یی باقی بماند.^(۲۱)

به‌هرحال نتیجه کلام تارسکی آن است که مقوله معناشناختی از یک‌سو عامل وحدت‌بخش برخی عبارات‌ها است و از دیگر سو عامل دسته‌بندی و تجزیه عبارات‌های زبان است و به‌هرحال زبان واجد چنین واحدهای درونی است.

ساده‌ترین مثال‌های مقولات معناشناختی از نظر تارسکی عبارتند از: مقوله توابع جمله‌یی و مقولات شامل نام افراد، دسته‌های افراد، روابط دوحدی میان افراد، و مانند آن. به‌علاوه متغیرهایی

که نشان‌دهنده نام مقولات معناشناختی هستند (و نیز عبارت‌های دارای متغیر) یک مقوله واحد را تشکیل می‌دهند.

به‌رحال نظریه مقولات معناشناختی نظریه‌ای است برای طبقه‌بندی اموری نظیر عبارات، توابع جمله‌یی، اسامی افراد و متغیرهای نمایش‌دهنده افراد و گنجاندن امور مذکور تحت عناوینی چون مقوله، نوع و نیز رتبه‌بندی کردن مقولات و الی آخر.

۴- ۵. طبقه‌بندی زبانها براساس مقوله معناشناختی

تارسکی براساس نظریه مقوله معناشناختی سعی می‌کند تا نحوه تفکیک عبارت‌های زبانی را روشن سازد و توضیح دهد که در یک زبان مفروض کثرت مقولات معناشناختی چه مقدار است. آیا عبارت‌ها و به‌ویژه متغیرهای آن زبان به تعداد متناهی از مقوله‌ها تعلق دارند یا به تعداد نامتناهی؟ و اگر تعداد مقوله‌هایی که عبارت‌ها و متغیرهای زبان مذکور در آن گنجانده شده‌اند نامتناهی است، رتبه‌های این مقولات از بالا محدود است یا نه؟

براین اساس است که از نظر تارسکی می‌توان به‌نحو خاصی زبان‌ها را دسته‌بندی کرد:

زبان‌های دارای رتبه نامحدود زبان‌هایی هستند که مقولات معناشناختی آنها دارای رتبه‌یی از بالا نامحدود است.

اما زبان‌های دارای رتبه محدود زبان‌هایی هستند که مقولات معناشناختی آنها از بالا محدود است. و این نوع اخیر زبان‌ها خود بر سه قسم‌اند:

آن‌ها که همه متغیرهایشان به یک مقوله معناشناختی واحد تعلق دارند،

آن‌ها که تعداد مقوله‌های دربردارنده متغیرهایشان بیش از یک اما محدود است،

و آن‌ها که متغیرهایشان به تعداد نامحدودی از مقولات تعلق دارند اما رتبه این متغیرها از عددی از پیش تعیین شده N افزون نمی‌شود. (۲۲)

۵- ۵. تعریف معناشناختی و کلی جمله صادق در زبان‌های مختلف

گفتیم که مسئله اساسی تارسکی «صورت‌بندی دقیق تحلیل ارسطویی صدق درباب هر جمله صادق» است و نیز توضیح دادیم که او حل مسئله حاضر را درگرو تعیین زبانی می‌داند که قرار است صدق جملات آن‌را تعریف نماید. اینک پس از آشنایی با طبقه‌بندی خاص تارسکی از زبان‌ها نوبت آن فرارسیده است که متناسب با هریک از زبان‌های موجود در طبقه‌بندی او مسئله مذکور را مطرح کرده و پاسخ تارسکی را دریافت داریم، اما به‌دلیل پرهیز از پیچیده و فنی کردن بحث هدف خود را تنها در زبان محاوره‌ای و در زبان صورتی‌شده نوع اول دنبال می‌کنیم.

۵-۵-۱. **تعریف معناساختی و کلی جمله صادق در زبان محاوره‌ای.** درباره ویژگی‌های زبان محاوره‌یی در صفحات گذشته مختصراً گفتگو کردیم و فقدان ساختار صوری و برخورداری از صفت عمومیت را به‌عنوان دو ویژگی عمده آن از نظر تارسکی برشمردیم. حال مسئله اصلی تارسکی را نسبت به زبان محاوره‌یی مورد بررسی قرار می‌دهیم: آیا می‌توان تعریفی ارسطویی و کلی از جملات صادق زبان محاوره‌یی ارائه کرد؟ تارسکی به این سوال پاسخ منفی می‌دهد و پاسخ منفی او یکی از مهم‌ترین ادعاهای او در باب صدق به‌شمار می‌رود. تارسکی می‌پذیرد که تعریف ارسطویی و مطابقی صدق را می‌توان در مورد برخی از جملات صادق زبان محاوره‌یی اعمال کرد. یعنی وقتی می‌گوییم «X» یک جمله صادق است منظورمان آن است که:

(۱). X یک جمله صادق است اگر و فقط اگر P. و برای فراهم آوردن یک تعریف واقعی به‌جای P در (۱) یک جمله و به‌جای «X» یک نام منفرد برای آن جمله قرار می‌دهیم. با داشتن نام منفردی برای جمله مذکور، می‌توانیم توضیحی از نوع (۲) عرضه کنیم:

(۲). «برف می‌بارد» یک جمله صادق است اگر و فقط اگر برف بیارد.

در این صورت بندی نام جمله برف می‌بارد بدین‌گونه ساخته شده است که جمله مذکور را داخل علامت نقل قولی گذاشته‌ایم. این شیوه نام‌گذاری جمله از نظر تارسکی معمولی‌ترین و مهم‌ترین نوع نام‌گذاری جمله‌ها است.

شیوه دیگر نام‌گذاری جمله‌ها، شیوه توصیفی - ساختاری است که بنابر آن روش واژه‌های تشکیل‌دهنده بیانی را که مدلول نام است و علامت‌هایی که هر واژه از آن‌ها تشکیل شده و نیز ترتیب توالی این واژه‌ها و علامت را توصیف می‌کنیم. به‌رحال بنا بر این روش ما می‌توانیم به هر نام واجد علامت نقل قول یک نام توصیفی - ساختاری نسبت دهیم که در عین حال که از همان مدلول سابق (همان جمله) دلالت می‌کند، دارای علامت نقل قول نیست. در آن صورت می‌توان به‌جای (۲)، صورت بندی (۳) را قرار داد:

(۳). عبارتی متشکل از دو واژه، که واژه اول آن از حروف پ، ر، ف (با همین ترتیب) و واژه دوم آن از حروف میم، ی، پ، الف، ر، دال (با همین ترتیب) تشکیل شده، صادق است اگر و فقط اگر برف بیارد.

جملاتی شبیه (۲) و (۳) متناظر با جمله (۱) هستند و در وضوح مضمون و صحت شکل آن‌ها تردیدی نیست اما به‌رحال هر سه جمله تعریفی جزئی از صدق ارائه می‌دهند، درحالی که ما در صدق ما تا صورت بندی از صدق معناساختی جملات بیابوریم که کلی و عام باشد.

حال اگر بخواهیم صورت‌بندی‌های (۱) یا (۲) یا (۳) را (که بنابه تقریرهای بعدی تارسکی همان صورت‌بندی T است) به‌عنوان صورت‌بندی کلی و عام صدق جملات تلقی کنیم، ناگهان با مشکلات جدی مواجه می‌شویم. چرا که گاه به موقعیت‌هایی برخورد می‌کنیم که در آن‌ها جملاتی شبیه ۲ و ۳ در ترکیب با پیش‌فرض‌های دیگری که دارای وضوح شهودی کمتری هم نیستند، به تناقضاتی آشکار منجر می‌شوند؛ تناقضاتی نظیر تناقض دروغگو.

تارسکی صورت‌بندی ژان لوکاسیه‌ویچ، منطق‌دان برجسته لهستانی را از تناقض دروغگو به‌قرار زیر نقل می‌کند:

جمله زیر را در نظر بگیرید:

(۱). «جمله نوشته شده در سطر ۲ صفحه n این مقاله صادق نیست»

به‌منظور خلاصه‌سازی این جمله را با «S» نمایش می‌دهیم. بنابر هم‌ارزی T داریم:

(۲). «S» صادق است اگر و فقط اگر جمله نوشته شده در سطر ۲ صفحه n این مقاله صادق نباشد.

(۳). از سوی دیگر با در نظر گرفتن معنای نمادها به‌طور تجربی می‌دانیم که: «S» همان جمله

نوشته شده در سطر ۲ صفحه n این رساله است.

حال با استفاده از قاعده‌آشنایی از نظریه‌همانی (یعنی قاعده لایب‌نیتس) از ۳ می‌توانیم نتیجه

بگیریم که به‌جای عبارت:

«جمله نوشته شده در سطر ۲ صفحه n این رساله» در (۱) نماد «S» را قرار دهیم، در آن صورت

خواهیم نوشت:

(۴). «S» صادق است اگر و فقط اگر S صادق نباشد. (۲۳)

ملاحظه می‌کنیم که آشکارا با تناقضی مواجه شده‌ایم. اما در مواجهه با تناقض دروغگو و هرگونه تناقضی نباید به راهی رفت که آن‌را شوخی‌هایی حاکی از ذکاوت مردان بزرگ تلقی نمود. بلکه ضرورت دارد به‌عنوان پدیده‌هایی کاملاً جدی و قابل تامل نگریسته شوند. مساله این است که چگونه وقتی با مقدماتی بدیهی تفکری را آغاز می‌کنیم و با استدلال‌هایی مطمئن به جلو می‌رویم ناگهان به تناقض برخورد می‌کنیم؟

برای حل این مسئله چاره‌ای نیست جز آنکه در مقدمات و قواعد استدلال‌های خود بازنگری کنیم و احیاناً برخی از آن‌ها را معیوب یافته و اصلاح کنیم. بدیهی است وقتی در زبانی نظیر زبان محاوره‌یی هم به تناقض دروغگو برخورد کنیم لازم است چنان عمل نمائیم. اگر به فرضیاتی که منجر به تناقض دروغگو شده‌اند مراجعه شود در آن صورت فرضیات زیر یافت می‌شوند:

اول آنکه تلویحاً فرض کرده‌ایم که زبانی که تناقض دروغگو در آن ساخته می‌شود زبانی است که

علاوه بر عبارت‌ها شامل نام آن‌ها و نیز اصطلاحات معناشناختی (نظیر «صادق») راجع به جملات نیز می‌باشد. و حتماً فرض کرده‌ایم که تمام جملاتی که از این اصطلاحات استفاده مناسب می‌کنند نیز در همین زبان قابل تبیین و تعریف هستند. زبانی با این خصوصیات را «زبانی از لحاظ معناشناختی بسته» می‌نامیم.

دوم آنکه فرض کرده‌ایم که تمام قوانین منطق در آن زبان برقرارند.

و سوم آنکه فرض کرده‌ایم که عبارتی تجربی مانند حکم (۳) در آن زبان قابل صورت‌بندی و تبیین است. حال ببینیم کدام یک از آن فرض‌ها عامل پیدایش تنازع دروغگو بوده است: فرض سوم چندان اساسی نیست چراکه بدون آن هم می‌توان تنازع دروغگو ساخت درحالی که فرض‌های اول و دوم اساسی‌اند پس حداقل یکی از آن‌ها باطل است. اما فرض دوم قابل رد کردن نیست و اساساً امکان ندارد منطق را عوض کنیم. پس فقط به رد فرض اول می‌پردازیم و تصمیم می‌گیریم که دیگر از هیچ زبانی که به لحاظ معناشناختی بسته باشد استفاده نکنیم.

نتیجه آن که ریشه پیدایش تناقض دروغگو در زبان محاوره‌یی، صفت بسته بودن یا عام بودن زبان مذکور است. چنان‌که گفتیم در یک جمع‌بندی ساده این زبان چنان است که در آن لغات منفرد و جملات و اسامی آن‌ها و واژگان معناشناختی نظیر صدق وجود دارند. در نتیجه برای هر جمله‌یی که در زبان معمولی صورت‌بندی می‌شود، می‌توانیم جمله‌یی بسازیم که صدق یا کذب جمله اول را ادعا کند و با یک تمهید اضافی می‌توانیم جمله‌یی در آن زبان پدید آوریم که درباره خود اظهار نظر کند. یعنی جمله‌یی که مدعی است خود صادق (یا کاذب) است و این همان تناقض دروغگو است. از نظر تارسکی تحلیل و ریشه‌یابی تناقض دروغگو وظیفه حتمی محقق است که به تعریف معناشناختی و کلی صدق کمر همت می‌بندد.

به هر حال تارسکی معتقد می‌شود که هرگونه تلاشی برای بازسازی تعریفی معناشناختی و عام از جمله صادق لزوماً با تناقض مواجه می‌گردد و توأم با شکست است و هیچ راه‌گریزی یافت نمی‌شود.

تارسکی ظهور تناقضات (نظیر تناقض دروغگو) را در سرشت و ساختار زبان محاوره‌یی مشاهده می‌کند، چراکه: زبان محاوره‌یی برخلاف زبان‌های علمی عمومیت دارد. یعنی نباید هیچ واژه‌ای در زبان دیگری پیدا شود که به این زبان قابل ترجمه نباشد. به دیگر سخن اگر به طرز معنی‌داری راجع به چیزی حرف برنیم باید بتوانیم به زبان محاوره‌ای نیز در آن خصوص سخن بگوییم. حال اگر بخواهیم عمومیت زبان محاوره‌ای را در بررسی‌های معناشناختی (مثلاً در تعریف عام صدق جملات) حفظ کنیم، باید علاوه بر جملات و دیگر عبارات زبان، نام این جملات و

عبارات و نیز جملاتی شامل این نام‌ها و عبارات‌های معناشناختی‌ای نظیر جمله صادق، نام، دلالت و غیره را نیز در زبان مزبور راه دهیم. اما همین امر سبب می‌شود که تنازعات معناشناختی نظیر تنازع دروغگو نیز وارد زبان محاوره‌یی شوند. در یک کلام، این تنازعات نشان می‌دهند که هر وقت زبانی همانند زبان روزمره عام باشد و قوانین منطق در آن صادق باشد، ناسازگار خواهد شد. به نظر تارسکی، به‌طور کلی می‌توان گفت که:

اگر در زبانی شرط‌های زیر برقرار باشد، چنان زبانی لزوماً ناسازگار است:

۱. به‌ازای هر جمله‌ای که در آن زبان ظاهر می‌شود، نام معینی برای آن جمله نیز در زبان مذکور ظاهر شود.

۲. هر عبارت به‌دست آمده از صورت‌بندی T با جایگزین کردن نماد P با جمله‌یی از زبان و جایگزین کردن نماد «P» با نام آن جمله، یک جمله صادق از آن در نظر گرفته شود.

۳. یک پیش‌فرض (مانند «S یک جمله صادق نیست» همان S است) که از لحاظ تجربی صحیح باشد، در زبان مورد نظر قابل صورت‌بندی باشد و یک جمله صادق لحاظ شود.

۴. قواعد معمول منطق در آن برقرار باشد. (۲۴)

۵-۲. تعریف معناشناختی و کلی جمله صادق در زبان صوری شده نوع اول.

درباره ماهیت زبان‌های صوری شده از نظر تارسکی توضیح مختصری قبلاً ارائه شد و گفتیم ساختار مشخص صوری داشتن و فقدان ویژگی عمومیت سبب می‌شود که زبان‌های صوری در نقطه مقابل زبان محاوره‌ای قرار داشته باشند. به اشاره نیز گفته شد که ویژگی دوم عاملی است تا به هنگام پژوهش پیرامون یک علم قیاسی صوری شده، میان زبانی که درباره‌اش حرف می‌زنیم و زبانی که در آن حرف می‌زنیم تمایز قائل شویم. زبان نخست را زبان موضوعی (object-language) و زبان دوم را فرازبان (meta-language) می‌نامیم.

اینک نوبت آن رسیده است تا درباره ساختار صوری زبان نوع اول و نیز فرازبان (و فرائظریه) آن، از نظر تارسکی، سخن بگوئیم و پس از آن، درباب امکان یا عدم امکان تعریف معناشناختی و کلی «صدق» (و جمله صادق) در این‌گونه زبان (باز هم از نگاه تارسکی) وارد بحث شویم.

۵-۲-۱. ساختار صوری زبان نوع اول. تارسکی زبان حساب مجموعه‌ها را نمونه‌ای از زبان صوری شده نوع اول معرفی می‌کند و ساختار صوری آن را چنین توضیح می‌دهد که عبارت‌های این زبان از دو نوع علامت ساخته شده است. علامت ثابت‌ها و علامت متغیرها. علامت نفی N، علامت جمع منطقی A، سور عمومی \exists و سرانجام علامت شمول چهار نوع از ثابت‌های این زبانند و در مورد متغیرها باید گفت که: اصولاً هر دسته دلخواهی از نمادها را می‌توان به‌عنوان

متغیر استفاده کرد، به شرط آنکه تعداد آن‌ها محدود نباشد و از لحاظ شکل با ثابت‌ها فرق داشته باشند. (مانند X^1, X^2, X^3). در تعبیر شهودی زبان که در این جا مد نظر است، متغیرها نمایانگر نام مجموعه‌های افراد هستند که عبارت‌های زبان حساب مجموعه‌ها یا ثابت‌ها و متغیرهای تنها هستند و یا مجتمعی از این علامت‌ها که پشت هم می‌آیند (مثل X, X_1, X_2, \dots, X_n)

تارسکی سپس به فرازبان و فرانظریه حساب مجموعه‌ها می‌پردازد و متذکر می‌شود که اولاً برشماری علامت‌ها و عبارت‌هایی که در فرازبان مورد استفاده قرار می‌گیرند و ثانیاً ساخت دستگاہی از اصول موضوعه که برای برپا داشتن فرانظریه کافی باشند ضرورت دارد. بنابراین توضیحات او عبارت‌هایی که در فرازبان مورد استفاده قرار می‌گیرند، بر دو نوعند: اول عبارت‌های دارای ویژگی منطقی عام که از یک دستگاہ توسعه یافته منطق ریاضی استنباط گشته‌اند و خود به عبارت‌های اولیه و عبارت‌های تعریف شده تقسیم می‌شوند و دوم عبارت‌هایی که برخلاف عبارت‌های نوع اول، اصطلاحات خاص فرازبان با ویژگی توصیفی - ساختاری هستند و بنابر این نام علامت‌ها و عبارت‌های زبان حساب مجموعه‌ها محسوب می‌شوند. به علاوه در فرازبان به نمادهایی نیازمندیم که به کمک آنها از متغیرهای فرازبان سخن بگوئیم. ساخت دستگاہ اصول موضوعی در تاسیس فرانظریه نیز بدین گونه است که متناظر با دو نوع عبارت در فرازبان، دستگاہ اصل موضوعی فرازبان نیز شامل دو نوع اصل موضوعه کاملاً متمایز خواهد بود: اصول موضوعه منطقی عام که برای یک دستگاہ نسبتاً فراگیر منطق ریاضی کافی است و اصول موضوعه خاص فرازبان که توصیف کننده برخی از خواص ابتدایی مفاهیم توصیفی - ساختاری بوده و با دریافت شهودی ما سازگار هستند.

حال می‌توان با استفاده از عبارت‌ها و نمادهایی که در فرازبان برشمرده شد به تعریف آن مفاهیمی پرداخت که حساب مجموعه‌ها را به یک علم استنتاجی صوری شده مبدل می‌کند. آن مفاهیم عبارتند از: مفهوم جمله، اصل موضوعه، نتیجه و جمله اثبات پذیر، اما مقدم بر تعریف آن‌ها لازم است تعدادی از نمادهای کمکی تعریف شوند که نشانگر انواع گوناگونی از عبارت‌های ساده هستند و معرفی مفاهیم مذکور را تسهیل می‌کنند. این نمادها عبارتند از: نمادهای شمول، نقیض، جمع منطقی، جمع منطقی یک دنباله n حدی محدود عطف، سور عمومی، تابع جمله‌ای و متغیر آزاد تابع جمله‌ای. و به کمک همه این مفاهیم می‌توان اصطلاحات: «دستگاہ استنتاجی»، «سازگاری مجموعه‌یی از جملات»، «تمامیت مجموعه‌یی از جملات» و در نهایت «جملات هم‌ارز» را تعریف کرد. (۲۵)

۵-۵-۲. تعریف صدق در زبان حساب مجموعه‌ها. اکنون می‌توان به مسئله اصلی خود پرداخت: آیا می‌توان تعریفی معناشناختی و کلی از «جمله صادق» در زبان حساب مجموعه‌ها

آرایه کرد؟ تارسکی ابتدا نشان می‌دهد که جمله صادق در زبان یک علم استنتاجی صوری شده همان «قضیه اثبات پذیر» نیست. او از زاویه دیگری به تعریف جمله صادق نزدیک می‌شود. توضیح او از این قرار است: (۲۶)

می‌دانیم که متناظر با هر جمله زبان حساب مجموعه‌ها، نه تنها یک نام توصیفی - ساختاری برای آن جمله در فرازبان وجود دارد، بلکه جمله‌یی نیز با همان معنا وجود دارد. برای روشن کردن محتوا و مفهوم صدق در مورد جمله خاصی از زبان مورد نظر، می‌توانیم همان شیوه‌یی را که در صورت بندی T به کار بردیم، مورد استفاده قرار دهیم. (به جای X نام جمله را بگذاریم و به جای «P» ترجمه آن را در فرازبان قرار دهیم.)

تمام جملاتی که به این روش به دست می‌آیند، طبعاً به فرازبان تعلق دارند و معنای عباراتی به شکل «X یک جمله صادق است» را توضیح می‌دهند. حال می‌توانیم با استفاده از نماد «Tr» به جای مجموعه همه جمله‌های صادق قرارداد زیر را ارائه دهیم:

قرارداد T. یک تعریف صحیح از لحاظ صوری برای نماد «Tr» که در فرازبان صورت بندی شده باشد، یک تعریف کافی از صدق خوانده می‌شود اگر دارای پیامدهای زیر باشد:

(α) - تمام جملاتی که از عبارت « $X \in Tr$ » اگر و فقط اگر «P» با قراردادن یک نام توصیفی - ساختاری برای هر جمله‌یی از زبان مورد نظر به جای نماد «X» و قراردادن عبارتی که ترجمه آن جمله به فرازبان است به جای نماد «P» بدست می‌آیند؛

(β) - جمله «به‌زای هر X، اگر $X \in Tr$ آنگاه $X \in S$ » (به عبارت دیگر « $Tr \subseteq S$ ») حال می‌گوئیم: اگر زبان مورد نظر فقط شامل تعداد محدودی جمله باشد که از ابتدا در نظر گرفته شده‌اند، و اگر می‌توانستیم این جمله‌ها را بشماریم، آنگاه مسئله تعریف صدق با مشکلی مواجه نمی‌شود. بدین منظور کافی است طرح زیر را کامل کنیم:

$X \in Tr$ اگر و فقط اگر $X = X_1$ و P_1 ، یا $X = X_2$ و P_2 ، یا $X = X_n$ و P_n ، که نمادهای « X_1 »، « X_2 »، ...، « X_n » توسط نام‌های توصیفی - ساختاری تمام جمله‌های زبان مورد نظر جایگزین می‌شود و به جای « P_1 »، « P_2 »، ...، « P_n » ترجمه‌های این جملات در فرازبان قرار می‌گیرند.

اما همیشه وضع این‌گونه نیست که زبان مفروض ما شامل جملات محدودی باشد. پس باید به زبان‌هایی پردازیم که تعداد جملات آنها نامحدود باشد. در آن صورت تعریفی که مطابق طرح پیش‌گفته انجام پذیرد، از تعداد نامحدودی واژه تشکیل می‌شود و چنان جملاتی را نمی‌توان در فرازبان یا هر زبان دیگری صورت بندی کرد. در نتیجه کار ما بسیار پیچیده است.

آیا می‌توان از روش بازگشتی استفاده کرد؟ تارسکی ابتدا پاسخ منفی می‌دهد و استدلال می‌کند

که: در روش بازگشتی جملات زبان را به ابتدایی و پیچیده تقسیم کرده و نحوه پیدایش جملات مرکب از جملات ساده را بازگو می‌کنیم و سپس طریقه وابستگی «صدق و کذب جمله‌های مرکب» به «صدق و کذب جمله‌های ساده» تعیین می‌شوند. اما مانعی جدی بر سر این راه وجود دارد: جملات مرکب به هیچ‌وجه عموماً از جملات ساده ساخته نشده‌اند. توابع جمله‌یی از توابع ابتدایی نشأت می‌گیرند و جمله‌ها موارد خاص از توابع جمله‌یی هستند. بنابراین به هیچ‌وجه نمی‌توان جمله صادق را در زبان‌های دارای جملات نامحدود از طریق بازگشتی تعریف نمود. با این همه تارسکی اضافه می‌کند که:

«به‌رحال، این امکان به ذهن می‌رسد که بتوان یک تعریف عمومی‌تر را که در مورد هر تابع جمله‌یی به کار می‌رود، به‌طور بازگشتی ارائه داد و بدین ترتیب با به‌کار گرفتن آن درخصوص جملات، به مفهوم صدق رسید. (۲۷)»

تارسکی در ادامه بحث همین شیوه را در پیش می‌گیرد؛ مطابق توضیح او استفاده از روش بازگشتی (با مبنا قرار دادن توابع جمله‌یی و نه جملات) زمانی میسر می‌گردد که مفهوم «صدق‌پذیری یک تابع جمله‌یی معین توسط اشیای معین» (و در این مورد مجموعه‌های معین از افراد) به‌خوبی ادراک گردد.

۵-۵-۲-۱. تعریف صدق‌پذیری. معنای معمولی این مفهوم را در کاربرد عادی با چند مثال روشن می‌کنیم:

۱. در مورد یک تابع جمله‌یی معین که فقط دارای یک متغیر آزاد است وقتی می‌گوئیم «فلان شیء این تابع جمله‌یی را صدق‌پذیر می‌کند» منظورمان چیست؟ برای توضیح طرح زیر را در نظر بگیرید: به‌ازای هر α ، α تابع جمله‌یی X را صدق‌پذیر می‌کند اگر و فقط اگر P . حال به‌جای « P » تابع جمله‌یی داده شده را قرار می‌دهیم (البته بعد از قراردادن « α » به‌جای متغیر آزاد آن و به‌جای X یک نام منفرد برای این تابع). بدین ترتیب در زبان محاوره‌یی می‌توانیم صورتبندی زیر را فراهم آوریم:

به‌ازای هر α ، α تابع جمله‌یی « X سفید است» را صدق‌پذیر می‌کند اگر و تنها اگر α سفید باشد. (از این جا می‌توان نتیجه گرفت که برف تابع جمله‌یی « X سفید است» را صدق‌پذیر می‌کند.)

۲. در موردی که تابع جمله‌یی دارای دو متغیر آزاد متمایز باشد هم، به شیوه‌ای کاملاً مشابه عمل می‌کنیم. فقط با این تفاوت که مفهوم «صدق‌پذیری» اینک نه به اشیای منفرد بلکه به جفت‌های مرتب اشیاء دلالت می‌کند. بدین ترتیب به صورت‌بندی زیر می‌رسیم:

به‌ازای هر a و b ، a و b ، تابع جمله‌یی « X ، Y را می‌بیند» را صدق‌پذیر می‌کنند، اگر و فقط اگر a ، b ،

را ببیند؛ به ازای هر a و b ، a تابع جمله‌ی \cap یعنی X و IX را صدق‌پذیر می‌کند اگر و فقط $a \subseteq b$.

۳. سرانجام به حالت کلی می‌رسیم که در آن تابع جمله‌ی مورد نظر شامل تعداد دلخواهی متغیر آزاد است. می‌گوئیم، یک دنباله نامحدود از اشیای مفروض، یک تابع جمله‌ی مفروض را صدق‌پذیر می‌کند. اگر خود را به توابع حساب مجموعه‌ها محدود کنیم، آنگاه آرایه توضیح روشنی پیرامون این عبارت توسط این واقعیت که تمام متغیرهای موجود در زبان این علم، در یک دنباله مرتب گشته‌اند (شمارش شده‌اند)، تسهیل می‌شود.

در بررسی این پرسش که کدام دنباله‌ها یک تابع جمله‌ی معین را صدق‌پذیر می‌کنند، همواره یک تناظر یک به چند را میان برخی از حدود دنباله f و متغیرهای آزاد تابع جمله‌ی مد نظر خواهیم داشت، که در آن به ازای هر متغیر، یک حد از دنباله با همان شاخص متناظر شده است. به طور کلی می‌توان طرح زیر را مد نظر داشت:

f تابع جمله‌ی X را صدق‌پذیر می‌کند اگر و تنها اگر f یک دنباله نامحدود از مجموعه‌ها باشد و P .

با داشتن هر تابع جمله‌ی از حساب مجموعه‌ها، مثلاً، S ، به جای « X » در طرح مزبور، یک نام منفرد (توصیفی - ساختاری) برای S قرار می‌دهیم که در فرازبان ساخته شده باشد؛ درعین حال به جای تمام متغیرهای آزاد S ، نهادهای متناظر « f_k » و « f_l » و غیره را قرار می‌دهیم و به جای « P » در طرح پیش‌گفته، عبارتی را که بدین طریق از S به دست می‌آید می‌گذاریم (یعنی عبارتی که با ترجمه S به فرازبان فراهم می‌آید).

حال می‌توانیم برای تعریف کلی «صدق‌پذیر شدن یک تابع جمله‌ی توسط دنباله‌ی از مجموعه‌ها» از شیوه بازگشتی بهره بگیریم که تمام تعاریف جزئی این مفهوم را که از طریق طرح پیش‌گفته حاصل می‌گردند، به عنوان حالت‌های خاص دربر بگیرد.

بعد از این توضیحاتی به تعریف «صدق‌پذیری یک تابع جمله‌ی توسط اشیای معین» می‌پردازیم: تعریف:

«دنباله f تابع جمله‌ی X را صدق‌پذیر می‌کند، اگر و فقط اگر f یک دنباله محدود از مجموعه‌ها و X یک تابع جمله‌ی باشد و اگر f و X به گونه‌ی باشند که یا:

$$(\alpha) \text{ اعداد طبیعی } K \text{ و } \alpha \text{ وجود داشته باشند به گونه‌ی که } X = \{K, \alpha\} \text{ و } f_K \subseteq f_\alpha;$$

$$(\beta) \text{ تابع جمله‌ی } Y \text{ وجود داشته باشد به گونه‌ی که } X = \bar{Y} \text{ و } f \text{ تابع } Y \text{ را صدق‌پذیر نکند؛}$$

$$(\gamma) \text{ توابع جمله‌ی } Y \text{ و } X \text{ وجود داشته باشند به گونه‌ی که } X = Y + Z \text{ یا در } Y \text{ صدق کند یا در } Z;$$

یا سرانجام:

(δ) یک عدد طبیعی K و یک تابع جمله‌بی γ وجود داشته باشد به گونه‌یی که $X = \cap_{K \in \mathbb{N}} \gamma$ و هر دنباله نامحدود از مجموعه‌ها که حداکثر به جای K از f متمایز است، γ را صدق پذیر کند. مفهوم صدق‌پذیری یک تابع جمله‌بی در بررسی‌های معناشناختی زبان اهمیت بسزایی دارد و معانی تعداد فراوانی از مفاهیم معناشناختی را می‌توان به کمک آن مفهوم تعریف کرد. در ادامه بحث مفهوم صدق یا جمله صادق را به کمک مفهوم مزبور تعریف می‌کنیم.

۵-۵-۲. تعریف صدق (یا جمله صادق). می‌توان دریافت که صدق کردن یا نکردن یک دنباله در یک تابع جمله‌ای فقط به حدودی از دنباله وابسته است که با متغیرهای آزاد تابع در تناظر باشد، لذا در حالتی که تابع جمله‌بی مذکور یک جمله است و هیچ متغیر آزادی ندارد، صدق‌پذیری تابع توسط دنباله، به خواص حدود دنباله بستگی ندارد. در آن صورت فقط دو امکان باقی می‌ماند:

اول: یا هر دنباله نامحدود از مجموعه‌ها، جمله مزبور را صدق پذیر می‌کنند.

دوم: یا هیچ دنباله‌یی در آن جمله صادق نیست.

جمله اول صادق و جمله دوم کاذب خوانده می‌شود.

تعریف جمله صادق: « X یک جمله صادق است - به‌طور نمادین $X \in Tr$ - اگر و فقط اگر $X \in S$ و هر دنباله نامحدود از مجموعه‌ها X را صدق پذیر کند.»

در درستی صوری تعریف مذکور شکی نیست ولی آیا از لحاظ محتوایی هم، حداقل به معنایی که قبلاً در «قرارداد T» مطرح شد، درست است؟

پاسخ مثبت است. تعریف مذکور یک تعریف عام (کافی) از صدق به معنایی که در قرارداد T آمده می‌باشد. چراکه نتایج آن شامل تمام لوازم قرارداد است. تعداد این نتایج نامحدود و اثبات آن تعریف مستلزم ساخت یک ابزار استدلالی کاملاً جدید است که ترجیحاً وارد آن نمی‌شویم. (۲۸)

خلاصه رأی تارسکی

جان کلام تارسکی آن است که (با صرف نظر از زبان محاوره‌یی که هرگونه تلاش برای تعریف مفهوم صدق و جملات صادق در آن به پارادوکس منتهی می‌شود) اگر از معنای کلی صادق بودن جمله در یک زبان صوری شده خاص پرسش کنید، می‌توان معنای آنرا توضیح داد اما نمی‌توان یک تعریف کلی و عام برای صدق جملات در هر زبان صوری شده ارائه کرد. مراحل دستیابی به مفهوم جمله صادق (در یک زبان صوری شده خاص) به اختصار تمام چنین است که:

ابتدا باید در مورد هر زبان صوری شده خاص یک فرازبان و یک فرانظریه را که حیطة ویژه تحقیق را تشکیل دهد، معین ساخت. سپس با کامل شدن فرانظریه باید به تشخیص توابع جمله‌یی و به‌ویژه جمله‌ها از بقیه عبارت‌های زبان پرداخت و به دنبال این کارهای مقدماتی است که می‌توانیم تکلیف اصلی مان یعنی تعریف جمله صادق را در دستور کار قرار دهیم. تارسکی توضیح می‌دهد که شیوه ساخت این مفهوم مستلزم تعریف مفهوم دیگری است که در پژوهش‌های معناشناختی زبانی اهمیت بسزایی دارد. یعنی مفهوم «صدق‌پذیر شدن یک تابع جمله‌یی توسط دنباله‌یی از اشیا» برای تعریف صحیح «صدق‌پذیری» باید از تعریف بازگشتی بهره گرفت. بدین منظور کافی است با رجوع به تعریف بازگشتی تابع جمله‌یی و معنای شهودی توابع جمله‌یی ابتدایی و اعمال بنیادی دو موضوع را روشن کنیم:

اول اینکه چه دنباله‌هایی توابع بنیادی را صدق‌پذیر می‌کنند؟ و دوم آنکه رفتار مفهوم صدق‌پذیری هنگام به کار بردن هریک از اعمال بنیادی چگونه است؟ یا به بیان دقیق‌تر با فرض اینکه می‌دانیم کدام دنباله‌ها توابع جمله‌یی مورد نظر را صدق‌پذیر می‌کنند، می‌خواهیم بدانیم، کدام دنباله‌ها توابع جمله‌یی به دست آمده از آن‌ها را با به کارگیری یکی از عمل‌های بنیادی صدق‌پذیر می‌کنند. به محض آنکه توانستیم معنای دقیق صدق‌پذیری را دریابیم، تعریف صدق کار چندان دشواری نخواهد بود:

«جملات صادق جملاتی هستند که هر دنباله دلخواهی از اشیا آن‌ها را صدق‌پذیر می‌کنند.» اما دریافت معنای «صدق‌پذیری» چندان آسان نیست و در این خصوص گاه با موانع بنیادی برخورد می‌کنیم. توضیح سرشت معضلات و موانع مزبور مستلزم بحث درباره مفهوم مقوله معناشناختی است. تارسکی تذکر می‌دهد که از دیدگاه ساختار منطقی، زبان‌های نوع اول (نظیر زبان حساب مجموعه‌ها) ساده‌ترین زبان‌ها هستند و تعریف صدق‌پذیر شدن یک تابع جمله‌یی توسط دنباله‌یی از اشیا و نیز تعریف جمله صادق در این زبان مشکلی ایجاد نمی‌کند. مشکلات فقط هنگامی ظاهر می‌شوند که زبان‌های بغرنج‌تر (مثلاً نوع دوم و سوم و چهارم را در نظر بگیریم).^(۲۹) چنان‌که پیدا است تعریف جمله صادق با همه اجزا و ترتیبی که دارد، در محدوده فرازبان صورت می‌پذیرد و اگر مرزی و میزی میان آن با زبان صوری شده موضوعی رسم نمی‌گردید، تعریف مفهوم صدق محال بود.

پی‌نوشت‌ها

۱. مطالب این قسمت از مقاله‌یی در منبع زیر استخراج گردیده است:

- Henryk Skolimovski, *Polish Analytical Philosophy*; London: Routledge and Kegan Paul Ltd, 1967, PP. 24-55.
2. John Passmore. *A Hundred Years of Philosophy*. New York, Penguin Books, 1957, P. 43.
3. A. Coffa. *The Semantic Tradition From Kant to Carnap*. New York, Cambridge University Press, 1991. P. 289.
4. *ibid*, P. 281.
5. *ibid*, P. 283.
6. A. Tarski, "The Establishment of Scientific Semantics" in: *Logic, Semantics, Metamathematics*. New York, Oxford, 1986, P. 402.
7. A. Coffa, OP. Cit, P. 281.
۸. ارنست ناگل، ج نیومن و آلفرد تارسکی، برهان گودل و حقیقت و برهان، ترجمه محمد اردشیر، تهران: انتشارات مولی، چاپ اول، ۱۳۶۴، ص ۱۲۱.
9. A Tarski. *The Semantic Conception of Truth & the Foundation of Semantic*. P. 53.
۱۰. ارنست ناگل و... همان، ص ۱۱۰.
11. A. Tarski. The Concept of Truth in Formalized Languages. in: *Logic, Semantics, Metamathematics*, New York, Oxford, 1956, P. 54.
۱۲. ارنست ناگل و... همان، ص ۱۱۵.
۱۳. همان، ص ۱۱۶.
۱۴. همان، ص ۱۱۷.
15. A Tarski. *The Semantic Conception of Truth*,... P. 53.
16. A Tarski. *The Concept*... P. 567.
17. *ibid*, P. 267.
18. A. Tarski. *op.cit*, 166.
19. A. Tarski. *op.cit*, P. 215.
20. *ibid*, P. 216.
21. *ibid*, P. 216.
22. *ibid*, P. 220.
23. *ibid*, P. 158.
24. *ibid*, PP. 155-165.
25. A. Tarski, *op.cit*, PP. 175-193.
26. *ibid*, PP. 186-199.
27. A. Tarski. The Establishment of... P. 402.
28. A. Tarski. *The Concept of Truth*... PP. 186-199.
29. *ibid*, PP. 209-215.